

Lezione VII:

t-test



Cattedra di Biostatistica – Dipartimento di
Scienze Biomediche, Università degli Studi
“G. d’Annunzio” di Chieti – Pescara

Prof. Enzo Ballone



Un terzo problema:

- si considerino 2 campioni costituiti da soggetti caratterizzati da diverse abitudini alimentari
- si analizzano i livelli di glicemia di ciascun soggetto appartenente ai 2 campioni e si calcolano le medie aritmetiche e le deviazioni standard:

I campione $n_1=41$ $\bar{x}_1=95$ $s_1=13.32$

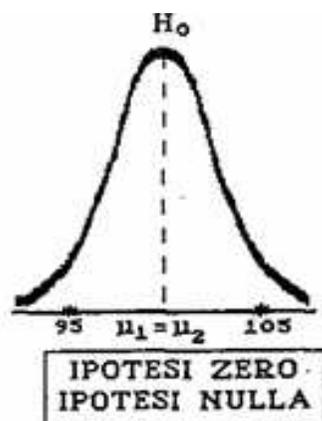
II campione $n_2=51$ $\bar{x}_2=105$ $s_2=16.94$

- l'alimentazione condiziona i livelli glicemici?
- le glicemie medie nei 2 campioni differiscono per le diverse abitudini alimentari o per effetto dello errore di campionamento?

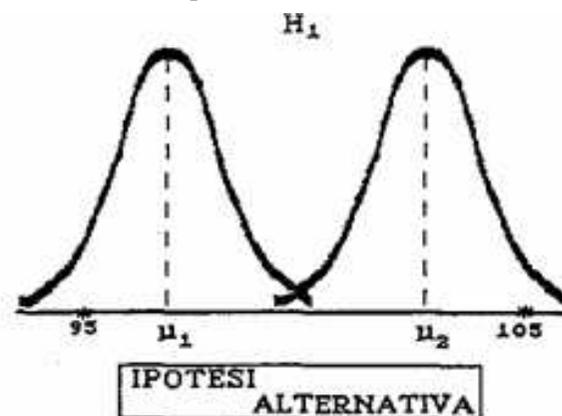


Un terzo problema:

- È possibile avanzare due ipotesi:



I due campioni sono stati estratti da popolazioni con medie uguali ($\mu_1 = \mu_2$)



I due campioni sono stati estratti da popolazioni con medie diverse ($\mu_1 \neq \mu_2$)

Il test del t di Student consente di saggiare la veridicità dell'ipotesi nulla



Teoria dei campioni

- Si torni alla teoria dei campioni formalizzandola in modo diverso rispetto agli esempi precedenti:
- 1. si estraggono dalla popolazione infinite coppie di campioni di numerosità fissa n_1 e n_2) e per ogni coppia si calcoli la differenza tra le medie aritmetiche ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$);
- 2. il risultato è un insieme infinito di differenze di medie ($\bar{x}_1 - \bar{x}_2$) riferite a coppie di numerosità n_1 e n_2 ,:



Teoria dei campioni

- $(\bar{X}_{11} - \bar{X}_{21}), (\bar{X}_{12} - \bar{X}_{22}), (\bar{X}_{13} - \bar{X}_{23}), \dots, (\bar{X}_{1\omega} - \bar{X}_{2\omega})$

$$n_{11} = n_{12} = n_{13} = \dots = n_{1\omega}$$

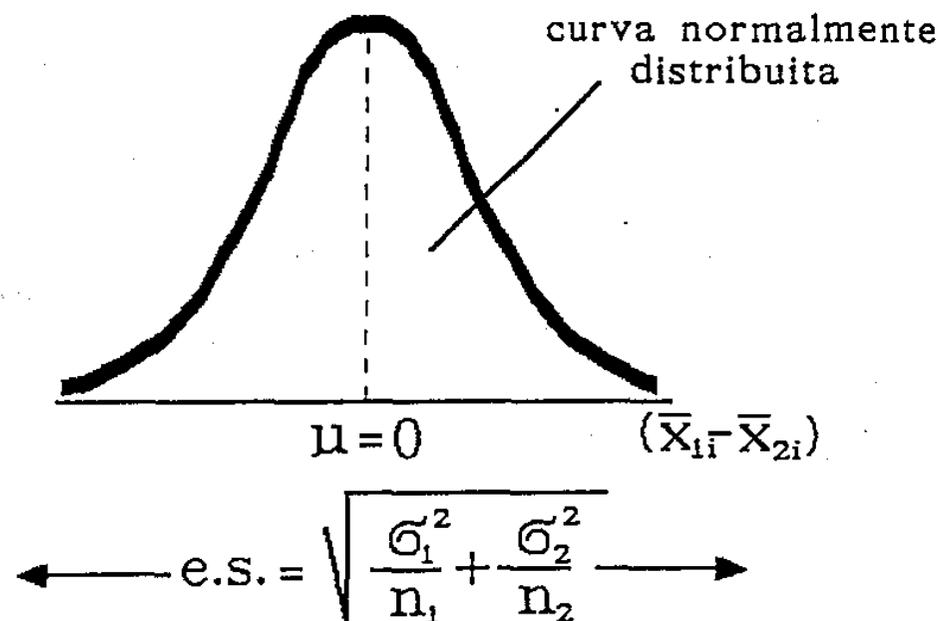
$$n_{21} = n_{22} = n_{23} = \dots = n_{2\omega}$$

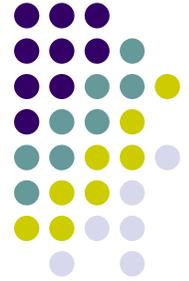
- 3. se ciascuna differenza viene considerata come un'osservazione individuale è possibile costruire una distribuzione di frequenza definita:



Teoria dei campioni

- DISTRIBUZIONE DI CAMPIONAMENTO DELLE DIFFERENZE DELLE MEDIE CAMPIONARIE DI NUMEROSITA' n_1 e n_2
- 4. se $(n_1 \text{ e } n_2) > 30$ questa distribuzione sar  del tipo:





Teoria dei campioni

- 5. se σ_1 e σ_2 sono sconosciute, si fa riferimento alla distribuzione t:
 - l'errore standard diventa:

$$\text{e.s.} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

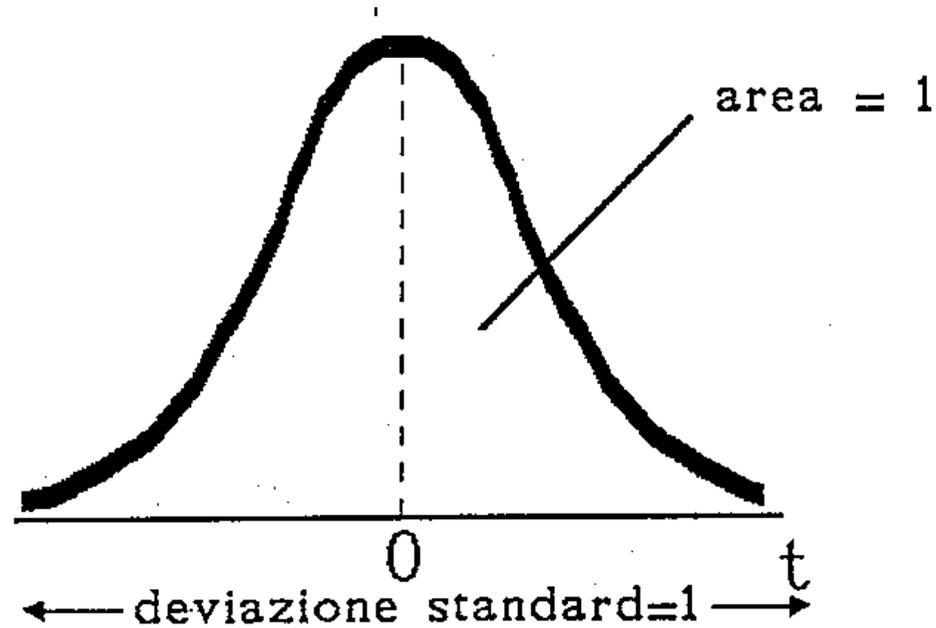
- è necessario tenere conto dei gradi di libertà:

$$\text{g.l.} = (n_1 - 1) + (n_2 - 1)$$

Teoria dei campioni



- 6. pertanto:



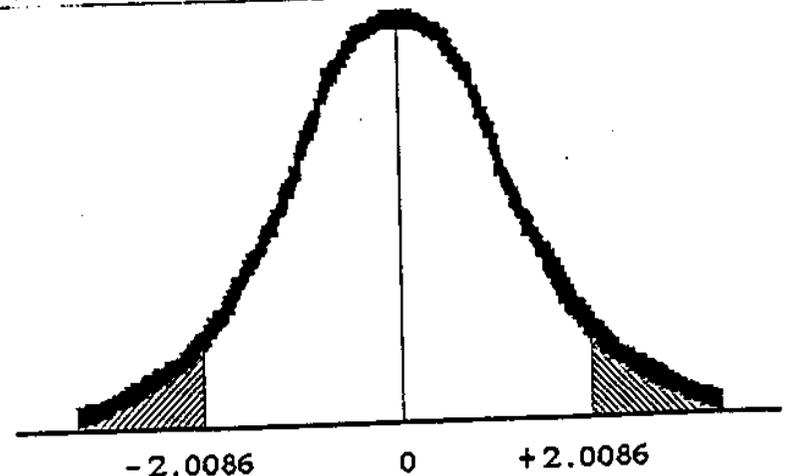
dove

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Teoria dei campioni

- 7. dalla tavola della distribuzione t, in corrispondenza di un'area (delle due code)=0.05 e dei gradi di libertà (=n1+n2 - 2) trovo il valore teorico di t. Ad esempio per 50 gradi di libertà:

v	α/2				v	α/2			
	0,05	0,025	0,01	0,005		0,05	0,025	0,01	0,005
1	6,3135	12,7062	31,8207	63,6574	46	1,8787	2,0128	2,6102	2,8780
2	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	47	1,8779	2,0117	2,6082	2,8766
3	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	48	1,8772	2,0106	2,6066	2,8752
4	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	49	1,8766	2,0094	2,6049	2,8738
5	2,0150	2,5706	3,3649	4,0322	50	1,8760	2,0083	2,6033	2,8724
6	1,9432	2,4488	3,1427	3,7074	51	1,8755	2,0072	2,6017	2,8710
7	1,8946	2,3648	2,9980	3,4985	52	1,8750	2,0061	2,6002	2,8697
8	1,8568	2,3060	2,9063	3,3584	53	1,8745	2,0050	2,5987	2,8683
9	1,8251	2,2572	2,8214	3,2498	54	1,8740	2,0040	2,5974	2,8670
10	1,8125	2,2311	2,7638	3,1833	55	1,8735	2,0030	2,5961	2,8657
11	1,7959	2,2010	2,7191	3,1358	56	1,8730	2,0020	2,5948	2,8645
12	1,7823	2,1768	2,6810	3,0948	57	1,8725	2,0010	2,5936	2,8633
13	1,7709	2,1544	2,6469	3,0593	58	1,8720	2,0000	2,5924	2,8622
14	1,7613	2,1340	2,6145	3,0282	59	1,8715	1,9990	2,5913	2,8611
15	1,7531	2,1151	2,5828	2,9987	60	1,8710	1,9980	2,5901	2,8600
16	1,7459	2,1199	2,5633	2,9708	61	1,8705	1,9970	2,5890	2,8589
17	1,7394	2,1084	2,5468	2,9443	62	1,8700	1,9960	2,5880	2,8579
18	1,7341	2,1008	2,5324	2,9194	63	1,8695	1,9950	2,5870	2,8569
19	1,7281	2,0930	2,5198	2,8959	64	1,8690	1,9940	2,5860	2,8559
20	1,7247	2,0880	2,5080	2,8740	65	1,8686	1,9930	2,5851	2,8550
21	1,7207	2,0794	2,4977	2,8534	66	1,8682	1,9920	2,5842	2,8541
22	1,7171	2,0733	2,4883	2,8348	67	1,8678	1,9910	2,5833	2,8532
23	1,7138	2,0687	2,4800	2,8178	68	1,8674	1,9900	2,5824	2,8524
24	1,7108	2,0653	2,4722	2,7998	69	1,8670	1,9890	2,5816	2,8516
25	1,7081	2,0628	2,4654	2,7824	70	1,8666	1,9880	2,5808	2,8508
26	1,7056	2,0606	2,4590	2,7777	71	1,8662	1,9870	2,5800	2,8499
27	1,7033	2,0584	2,4527	2,7707	72	1,8658	1,9860	2,5792	2,8490
28	1,7011	2,0564	2,4471	2,7633	73	1,8654	1,9850	2,5783	2,8481
29	1,6988	2,0545	2,4420	2,7554	74	1,8650	1,9840	2,5775	2,8473
30	1,6973	2,0528	2,4373	2,7480	75	1,8646	1,9830	2,5767	2,8465
31	1,6948	2,0516	2,4326	2,7440	76	1,8642	1,9820	2,5759	2,8457
32	1,6928	2,0500	2,4287	2,7395	77	1,8638	1,9810	2,5750	2,8449
33	1,6914	2,0493	2,4248	2,7353	78	1,8634	1,9800	2,5741	2,8441
34	1,6900	2,0482	2,4211	2,7314	79	1,8630	1,9790	2,5733	2,8433
35	1,6888	2,0471	2,4177	2,7274	80	1,8626	1,9780	2,5725	2,8425
36	1,6883	2,0461	2,4145	2,7235	81	1,8622	1,9770	2,5717	2,8417
37	1,6871	2,0452	2,4114	2,7194	82	1,8618	1,9760	2,5707	2,8409
38	1,6860	2,0444	2,4084	2,7154	83	1,8614	1,9750	2,5700	2,8401
39	1,6849	2,0437	2,4056	2,7116	84	1,8610	1,9740	2,5691	2,8393
40	1,6838	2,0431	2,4033	2,7078	85	1,8606	1,9730	2,5683	2,8385
41	1,6829	2,0426	2,4012	2,7042	86	1,8602	1,9720	2,5675	2,8377
42	1,6820	2,0421	2,4185	2,7007	87	1,8600	1,9710	2,5667	2,8369
43	1,6811	2,0417	2,4163	2,6961	88	1,8596	1,9700	2,5660	2,8361
44	1,6802	2,0414	2,4141	2,6923	89	1,8592	1,9690	2,5652	2,8353
45	1,6794	2,0411	2,4121	2,6884	90	1,8588	1,9680	2,5645	2,8345



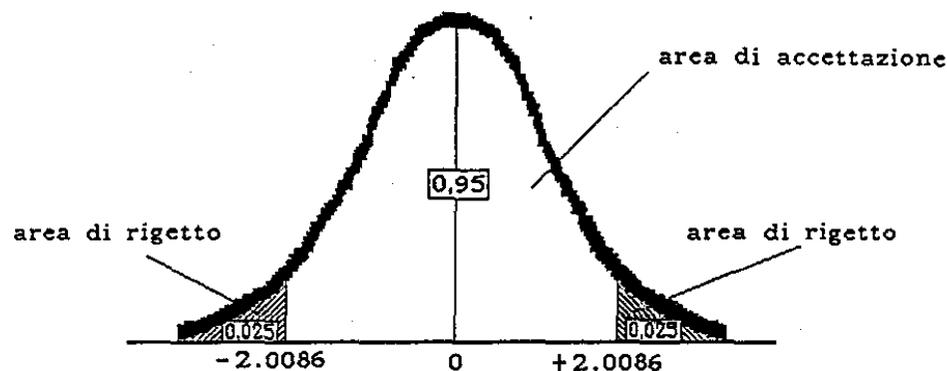


Teoria dei campioni

- 8. mediante la formula:

$$t_{g.l.} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

- si calcola il valore reale di t
- 9. si configurano due possibilità:



Teoria dei campioni



 - $- 2.0086 < t < + 2.0086$ il valore reale di t è inferiore a quello teorico. Si accetta l'ipotesi nulla ($p > 0.05$). Le due medie non differiscono significativamente.

 $t > + 2.0086$ o $t < - 2.0086$ il valore reale di t è superiore a quello teorico. Si respinge l'ipotesi nulla ($p < 0.05$). Le due medie differiscono significativamente.

Teoria dei campioni



- 10. in generale (e ad esempio per 50 gradi di libertà):

k	$\alpha/2$				k	$\alpha/2$			
	0,05	0,025	0,01	0,005		0,05	0,025	0,01	0,005
1	0,3123	12,7062	31,8207	63,6574	46	1,6787	2,0128	2,4102	2,8670
2	2,9200	4,3027	6,9648	9,9248	47	1,6779	2,0117	2,4083	2,8648
3	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	48	1,6772	2,0108	2,4066	2,8622
4	2,1318	2,7764	3,7469	4,8041	49	1,6766	2,0098	2,4049	2,8600
5	2,0150	2,5706	3,3648	4,0322	50	1,6760	2,0088	2,4032	2,8578
6	1,9432	2,4449	3,1427	3,7074	51	1,6753	2,0078	2,4017	2,8557
7	1,8948	2,3646	2,9960	3,5595	52	1,6747	2,0068	2,4002	2,8537
8	1,8595	2,3060	2,9058	3,3534	53	1,6741	2,0057	2,3988	2,8518
9	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	54	1,6735	2,0049	2,3974	2,8500
10	1,8125	2,2281	2,7638	3,1683	55	1,6730	2,0040	2,3961	2,8482
11	1,7958	2,2010	2,7181	3,1038	56	1,6725	2,0032	2,3948	2,8465
12	1,7823	2,1788	2,6610	3,0515	57	1,6720	2,0025	2,3936	2,8448
13	1,7709	2,1604	2,6103	3,0123	58	1,6716	2,0017	2,3924	2,8432
14	1,7613	2,1448	2,5645	2,9768	59	1,6711	2,0010	2,3912	2,8418
15	1,7531	2,1315	2,5225	2,9447	60	1,6706	2,0003	2,3901	2,8403
16	1,7459	2,1199	2,4835	2,9156	61	1,6702	1,9996	2,3890	2,8388
17	1,7396	2,1098	2,4469	2,8892	62	1,6698	1,9990	2,3880	2,8375
18	1,7341	2,1009	2,4124	2,8654	63	1,6694	1,9983	2,3870	2,8361
19	1,7291	2,0930	2,3808	2,8438	64	1,6690	1,9977	2,3860	2,8348
20	1,7247	2,0860	2,3520	2,8243	65	1,6686	1,9971	2,3851	2,8336
21	1,7207	2,0798	2,3277	2,8074	66	1,6682	1,9964	2,3842	2,8324
22	1,7171	2,0739	2,3063	2,7928	67	1,6678	1,9960	2,3832	2,8312
23	1,7138	2,0687	2,2869	2,7803	68	1,6674	1,9956	2,3824	2,8301
24	1,7108	2,0639	2,2692	2,7694	69	1,6670	1,9949	2,3816	2,8290
25	1,7081	2,0593	2,2531	2,7604	70	1,6666	1,9944	2,3808	2,8279
26	1,7056	2,0551	2,2386	2,7527	71	1,6662	1,9939	2,3800	2,8268
27	1,7033	2,0511	2,2257	2,7461	72	1,6658	1,9935	2,3792	2,8258
28	1,7011	2,0474	2,2141	2,7403	73	1,6654	1,9931	2,3783	2,8248
29	1,6991	2,0439	2,2032	2,7354	74	1,6650	1,9925	2,3775	2,8238
30	1,6973	2,0403	2,1932	2,7309	75	1,6646	1,9921	2,3767	2,8230
31	1,6956	2,0368	2,1838	2,7269	76	1,6642	1,9917	2,3761	2,8221
32	1,6940	2,0336	2,1748	2,7233	77	1,6638	1,9913	2,3755	2,8212
33	1,6924	2,0305	2,1661	2,7200	78	1,6634	1,9908	2,3749	2,8203
34	1,6909	2,0275	2,1577	2,7171	79	1,6630	1,9904	2,3743	2,8194
35	1,6894	2,0246	2,1495	2,7145	80	1,6626	1,9901	2,3738	2,8187
36	1,6880	2,0218	2,1415	2,7121	81	1,6622	1,9897	2,3732	2,8179
37	1,6867	2,0191	2,1336	2,7100	82	1,6618	1,9893	2,3727	2,8171
38	1,6854	2,0164	2,1258	2,7081	83	1,6614	1,9889	2,3721	2,8164
39	1,6841	2,0137	2,1182	2,7063	84	1,6610	1,9884	2,3716	2,8156
40	1,6829	2,0111	2,1107	2,7045	85	1,6606	1,9881	2,3710	2,8148
41	1,6817	2,0085	2,1034	2,7028	86	1,6602	1,9878	2,3705	2,8141
42	1,6805	2,0060	2,0961	2,7012	87	1,6598	1,9874	2,3700	2,8133
43	1,6793	2,0035	2,0889	2,6997	88	1,6594	1,9870	2,3695	2,8125
44	1,6782	2,0011	2,0818	2,6982	89	1,6590	1,9867	2,3690	2,8117
45	1,6771	1,9987	2,0748	2,6966	90	1,6586	1,9863	2,3685	2,8110



Teoria dei campioni

- se: $t < 2.0086$
 - si accetta l'ipotesi nulla ($p > 0.05$) (le due medie non differiscono significativamente)
- se $t > 2.0086$
 - si respinge l'ipotesi nulla ($p < 0.05$) (le due medie differiscono significativamente)
- se $t > 2.0086$
 - $2.0086 < t < 2.4033$ si respinge l'ipotesi nulla ($0.02 < p < 0.05$)
 - $2.4033 < t < 2.6778$ si respinge l'ipotesi nulla ($0.01 < p < 0.02$)
 - $t > 2.6778$ si respinge l'ipotesi nulla ($p < 0.01$)

Teoria dei campioni



$k \cdot \bar{x}$	α / Z				k	α	α / Z			
	0,05	0,025	0,01	0,005			0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,6449	1,7507	1,9608	2,5758	44	1,6787	1,8129	1,9102	2,5870	
2	1,9590	2,0537	2,2414	2,8070	45	1,6778	1,8117	1,9083	2,5846	
3	2,3264	2,3824	2,5407	3,0409	46	1,6772	1,8108	1,9064	2,5822	
4	2,5758	2,6324	2,7489	3,2011	48	1,6766	1,8096	1,9049	2,5800	
5	2,8070	2,8649	2,9832	3,3822	50	1,6759	1,8086	1,9033	2,5778	
6	2,9832	3,0429	3,1627	3,5704	51	1,6753	1,8078	1,9017	2,5757	
7	3,1627	3,2248	3,3460	3,7649	52	1,6747	1,8068	1,9002	2,5737	
8	3,3460	3,4093	3,5314	3,9649	53	1,6741	1,8057	1,8988	2,5718	
9	3,5314	3,5922	3,7174	4,1699	54	1,6735	1,8049	1,8974	2,5700	
10	3,7174	3,7931	3,9193	4,3793	55	1,6730	1,8040	1,8961	2,5682	
11	3,9193	3,9950	4,1211	4,5930	56	1,6725	1,8032	1,8948	2,5665	
12	4,1211	4,1978	4,3240	4,8110	57	1,6720	1,8023	1,8936	2,5648	
13	4,3240	4,3984	4,5013	5,0332	58	1,6716	1,8017	1,8924	2,5633	
14	4,5013	4,5700	4,6745	5,2596	59	1,6711	1,8010	1,8912	2,5618	
15	4,6745	4,7418	4,8476	5,4907	60	1,6706	1,8003	1,8901	2,5603	
16	4,8476	4,9140	5,0265	5,7260	61	1,6702	1,7998	1,8890	2,5589	
17	5,0265	5,0914	5,2024	5,9649	62	1,6698	1,7993	1,8880	2,5575	
18	5,2024	5,2664	5,3714	6,2070	63	1,6694	1,7988	1,8870	2,5561	
19	5,3714	5,4349	5,5393	6,4522	64	1,6690	1,7983	1,8860	2,5548	
20	5,5393	5,5980	5,7060	6,7004	65	1,6686	1,7978	1,8851	2,5536	
21	5,7060	5,7649	5,8727	6,9514	66	1,6682	1,7974	1,8842	2,5524	
22	5,8727	5,9318	6,0395	7,2050	67	1,6679	1,7970	1,8833	2,5512	
23	6,0395	6,0984	6,2062	7,4610	68	1,6676	1,7965	1,8824	2,5501	
24	6,2062	6,2653	6,3729	7,7194	69	1,6672	1,7961	1,8816	2,5490	
25	6,3729	6,4324	6,5393	7,9804	70	1,6669	1,7956	1,8808	2,5479	
26	6,5393	6,5984	6,7060	8,2439	71	1,6666	1,7952	1,8800	2,5469	
27	6,7060	6,7653	6,8727	8,5099	72	1,6663	1,7948	1,8792	2,5459	
28	6,8727	6,9318	7,0395	8,7784	73	1,6660	1,7943	1,8784	2,5449	
29	7,0395	7,0914	7,1984	9,0494	74	1,6657	1,7939	1,8776	2,5439	
30	7,1984	7,2500	7,3570	9,3229	75	1,6654	1,7935	1,8768	2,5430	
31	7,3570	7,4093	7,5164	9,5989	76	1,6651	1,7931	1,8760	2,5421	
32	7,5164	7,5684	7,6753	9,8774	77	1,6648	1,7927	1,8752	2,5412	
33	7,6753	7,7264	7,8332	10,1584	78	1,6646	1,7923	1,8744	2,5403	
34	7,8332	7,8840	7,9909	10,4419	79	1,6644	1,7919	1,8736	2,5394	
35	7,9909	8,0418	8,1487	10,7279	80	1,6641	1,7915	1,8728	2,5387	
36	8,1487	8,1993	8,3062	11,0164	81	1,6639	1,7911	1,8720	2,5379	
37	8,3062	8,3569	8,4640	11,3074	82	1,6636	1,7907	1,8712	2,5371	
38	8,4640	8,5149	8,6220	11,6009	83	1,6634	1,7903	1,8704	2,5364	
39	8,6220	8,6730	8,7801	11,8969	84	1,6632	1,7899	1,8696	2,5356	
40	8,7801	8,8311	8,9382	12,1954	85	1,6630	1,7895	1,8688	2,5349	
41	8,9382	8,9893	9,0964	12,4964	86	1,6628	1,7891	1,8680	2,5342	
42	9,0964	9,1474	9,2545	12,7999	87	1,6626	1,7887	1,8672	2,5335	
43	9,2545	9,3056	9,4127	13,1059	88	1,6624	1,7883	1,8664	2,5329	
44	9,4127	9,4638	9,5709	13,4144	89	1,6622	1,7879	1,8656	2,5322	
45	9,5709	9,6220	9,7291	13,7254	90	1,6620	1,7875	1,8648	2,5316	



Teoria dei campioni

- Si torni al problema:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{95 - 105}{\sqrt{\frac{13.32^2}{41} + \frac{16.94^2}{51}}} = - 3.1696$$

- Dalla tavola di distribuzione t per $(41+51-2)=90$ gradi di libertà

g.l.	$\alpha/2$			
	0.05	0.025	0.01	0.005
90	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316

- $t > 2.6316$

Teoria dei campioni



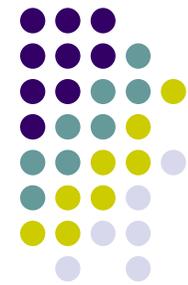
- quindi si respinge l'ipotesi nulla e si accetta quella alternativa ($p < 0.01$)
- le due medie differiscono significativamente (ovvero è improbabile - probabilità inferiore all' 1% - che le due medie differiscano per il solo errore di campionamento)

Teoria dei campioni



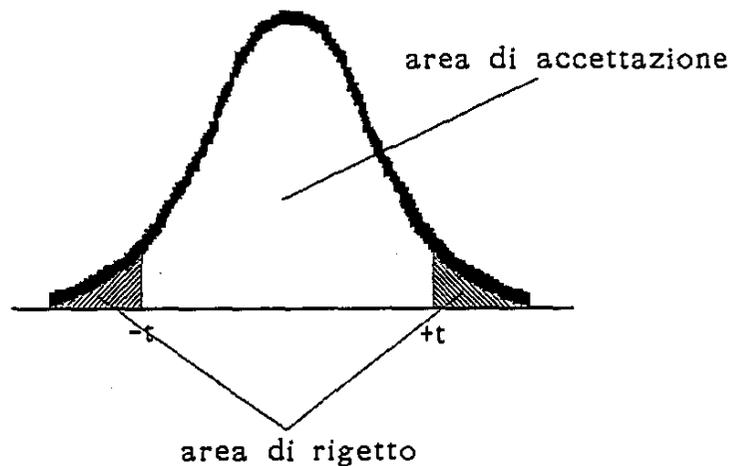
- Nella formalizzazione delle due ipotesi (H_0 e H_1) ci si era chiesto:
 - H_0 = le due medie campionarie differiscono per l'errore di campionamento o
 - H_1 = le due medie campionarie sono riferite a due popolazioni con medie diverse?

Teoria dei campioni



- in questo caso si fa riferimento alle due code della distribuzione di campionamento:

Se le due ipotesi fossero:

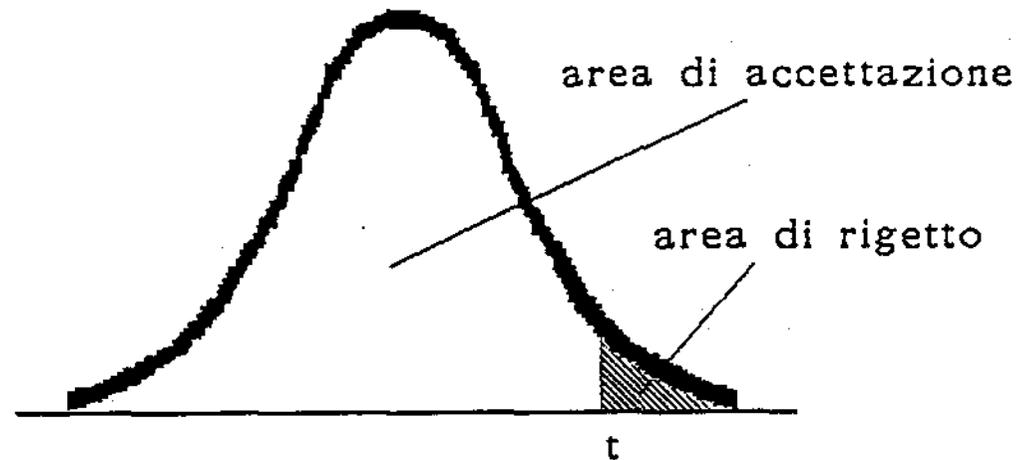


H_0 = le due medie campionarie differiscono per l'errore di campionamento σ

H_1 = le due medie campionarie sono riferite a due popolazioni di cui $\mu_1 > \mu_2$

in questo caso si fa riferimento a una sola coda della distribuzione di campionamento:

Teoria dei campioni



- tornando al problema, se l'ipotesi alternativa (H fosse:
 - $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ in quanto $\mu_2 > \mu_1$
 - ricordando che $t = -3.1696$
 - dalla tavola di distribuzione t per $(41+51-2=)90$ gradi di libertà:

Teoria dei campioni



	$\alpha/2$			
g.l.	0.05	0.025	0.01	0.005
90	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316

$$t > 2.6316$$

- quindi si respinge l'ipotesi nulla e si accetta quella alternativa ($p < 0.005$)

Teoria dei campioni



- UN QUARTO PROBLEMA
- si consideri un campione di 10 pazienti ipertesi cui viene somministrato un farmaco antiipertensivo;
- a questi pazienti viene misurata la pressione sistolica prima della somministrazione del farmaco e alcune ore dopo la somministrazione stessa:



	pazienti	PAS prima	dopo
	1.	211 mmHg	181 mmHg
	2.	210	210
	3.	210	196
	4.	203	200
	5.	196	167
	6.	191	161
	7.	190	178
	8.	177	180
	9.	173	149
	10.	170	119
		$X_1=193.1\text{mmHg}$	$X_2=175.1\text{mmHg}$

Teoria dei campioni



- La pressione arteriosa è diminuita per l'errore di campionamento (H_0) o per effetto del farmaco (H_1)?
- In questo caso i 2 campioni (PAS prima e PAS dopo la somministrazione) sono appaiati (ovvero ciascuna osservazione di un campione si accoppia con una osservazione dell'altro campione).
- Per saggiare l'ipotesi nulla si utilizza sempre il test del t di Student per campioni appaiati.

Teoria dei campioni



	campioni indipendenti (non appaiati)	campioni appaiati
variabile casuale	$\bar{X}_{1i} - \bar{X}_{2i}$	\bar{d}_i
errore standard della distr. di campion.	$\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$	S_d / \sqrt{n} dove: $S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$

Teoria dei campioni



$t =$

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

gradi di
libertà

$$(n_1 + n_2 - 2)$$

$$\frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}}$$

$$n - 1$$



Teoria dei campioni

SI TORNI AL PROBLEMA:

PAZIENTI	PAS		d_i	$(d_i - \bar{d})$	$(d_i - \bar{d})^2$
	PRIMA	DOPO			
1.	211	181	+30	+12	144
2.	210	210	+30	-28	784
3.	210	196	+14	-4	16
4.	203	200	+3	-15	225
5.	196	167	+29	+11	121
6.	191	161	+30	+12	144
7.	190	178	+12	-6	36
8.	177	180	-3	-21	441
9.	173	149	+24	+6	36
10.	170	119	+51	+33	1089



Teoria dei campioni

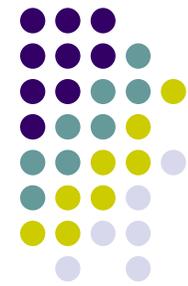
$$\sum_{i=1}^n d_i = 180$$
$$\bar{d} = \frac{180}{10} = 18$$

$$\sum_{i=1}^n (d - \bar{d})^2 = 3036$$
$$\frac{\sum_{i=1}^n (d - \bar{d})^2}{n - 1} = 337.33$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d - \bar{d})^2}{n - 1}} = 18.37$$

$$t = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}} = \frac{18}{18.36 / \sqrt{10}} = 3.099$$

Teoria dei campioni



dalla tavola di distribuzione t per $(10-1=)g.l.$,
gradi di libertà:

g.l.	0.05	0.025	0.01	0.005
g	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498

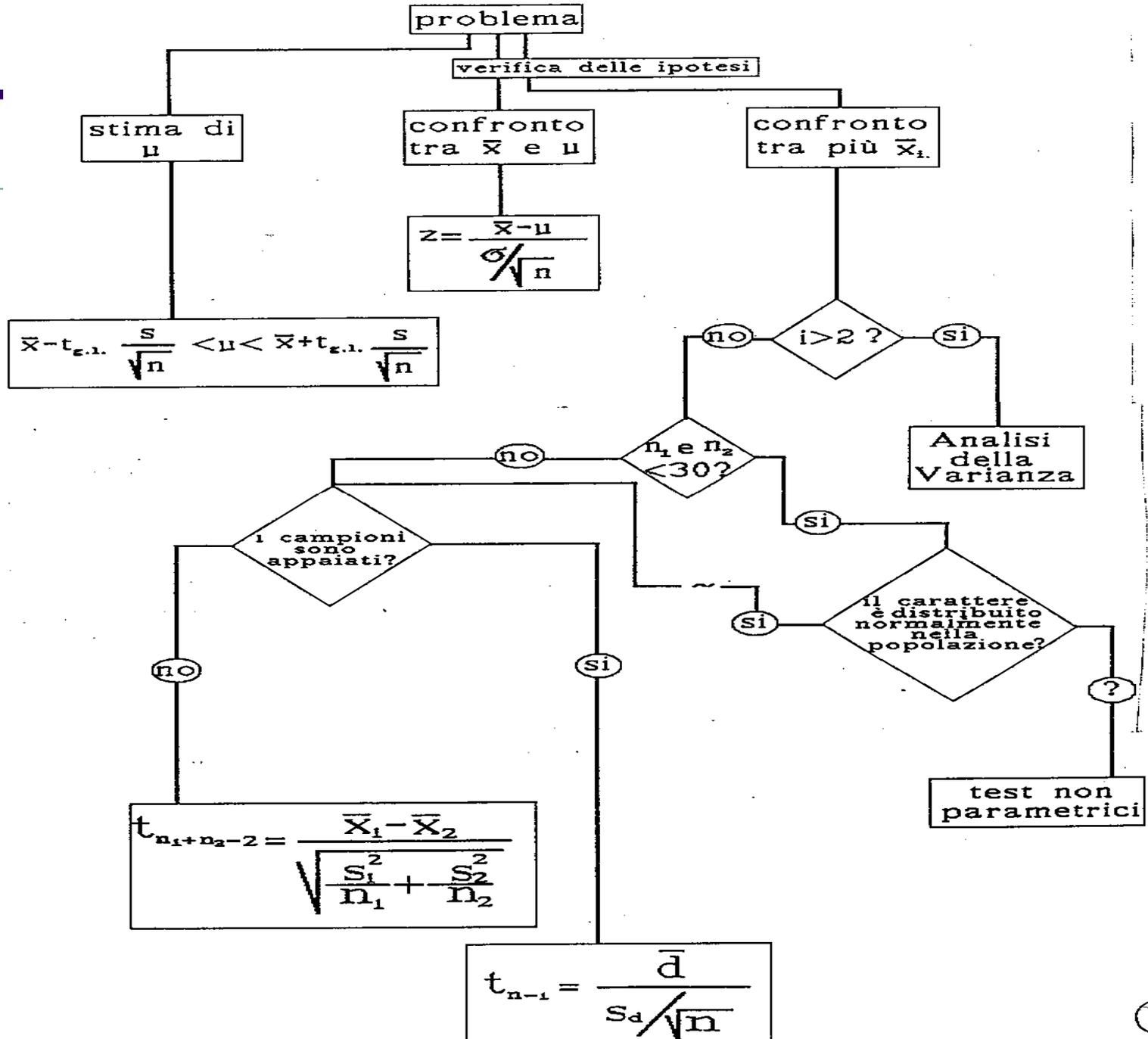
per un test a una coda (ci si chiede se la pressione si riduce con la somministrazione del farmaco)

$$2.8214 < \boxed{3.099} < 3.2498 \Rightarrow 0.005 < p < 0.01$$

quindi:

- si respinge l'ipotesi nulla
- il farmaco determina una riduzione significativa ($0.005 < p < 0.01$) della pressione arteriosa.

RIEPILOGO SULL'INFERENZA STATISTICA
applicata alle medie aritmetiche

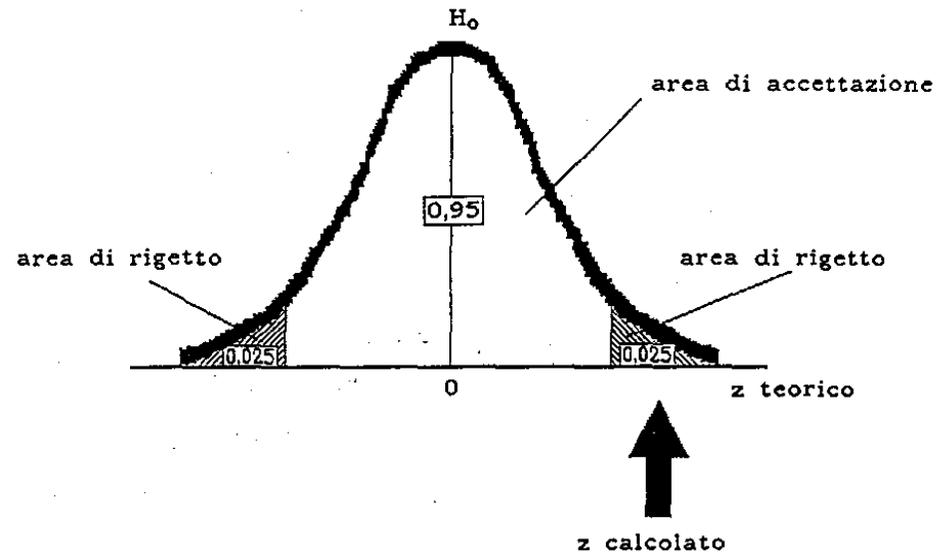


Teoria dei campioni



- DUE ERRORI NEL SAGGIARE L'IPOTESI NULLA

I: errore di I tipo (α):

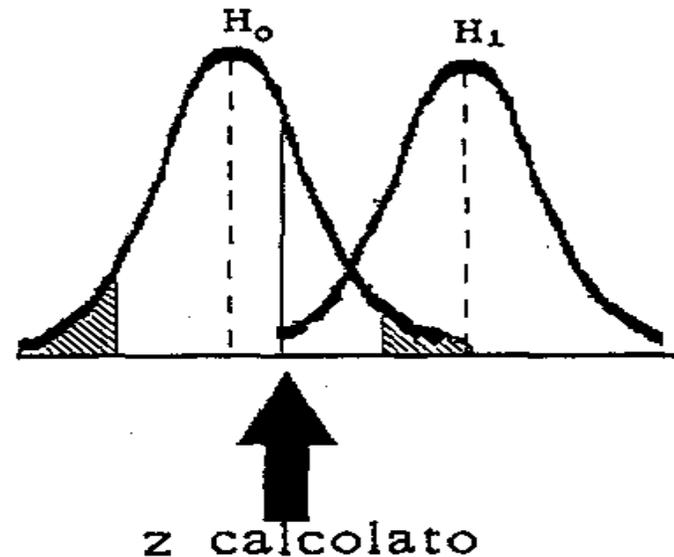


- rifiuto l'ipotesi nulla
- l'ipotesi nulla è vera ($p < 0.05$) accetto di commettere un errore (di I tipo α) inferiore al 5% di rifiutare l'ipotesi nulla benchè nella realtà sia vera.

Teoria dei campioni



- DUE ERRORI NEL SAGGIARE L'IPOTESI NULLA II: errore di II tipo (β)



- l'errore di II tipo (β) è la probabilità associata al rischio di accettare l'ipotesi nulla benché nella realtà non sia vera.

Teoria dei campioni



		REALTA'	
		Ho vera	Ho falsa
Conclusioni del Test	accetto Ho	Conclusione corretta	Errore di II tipo (B)
	rifiuto Ho	Errore di I tipo (a)	Conclusione Corretta



Teoria dei campioni

- Si definisce potenza di un test il complementare all'unità dell'errore di II tipo $(1-B)$,
- La potenza è la capacità di un test di:
 - respingere H_0 quando questa è falsa;
 - di scoprire una differenza significativa quando in realtà esiste.