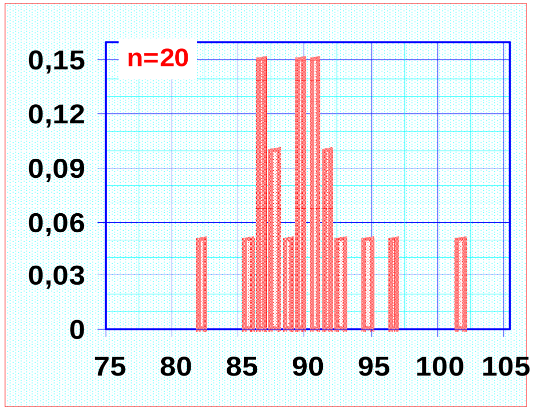
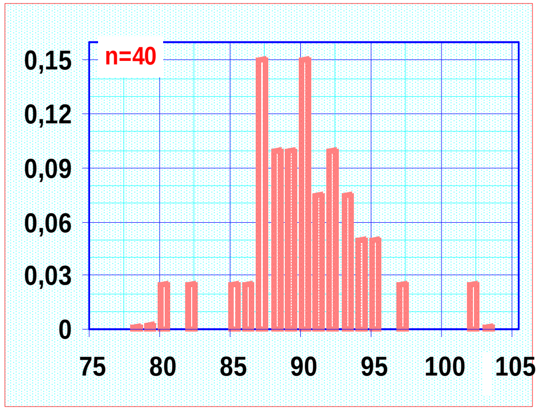
# LA DISTRIBUZIONE DEGLI ERRORI DI MISURA

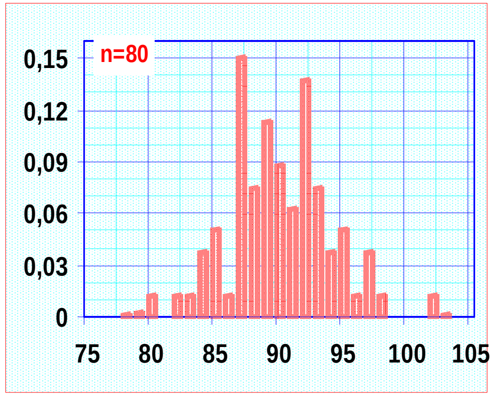
La distribuzione normale

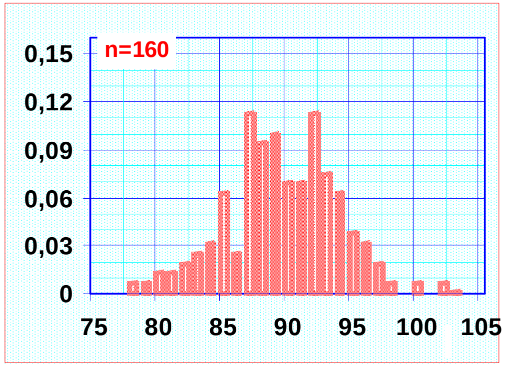
# DISTRIBUZIONE DEGLI ERRORI DI MISURA

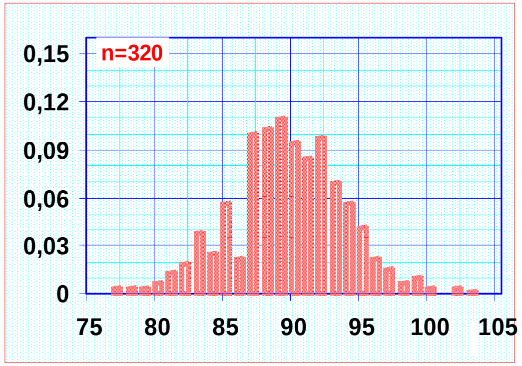
Si supponga di eseguire, in condizioni assai simili e con lo stesso metodo analitico, un **gran numero** di misurazioni della emoglobina glicata, e di riportare in un grafico le **frequenze relative** dei valori ottenuti (x) con le prime 20, 40, ... 5120 misure.

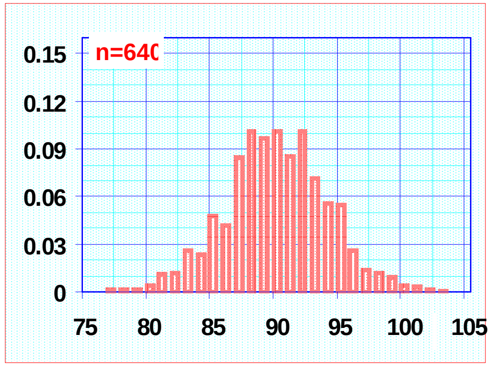

n=20
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

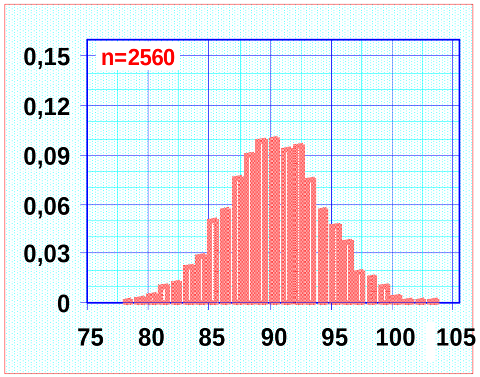

n=40
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

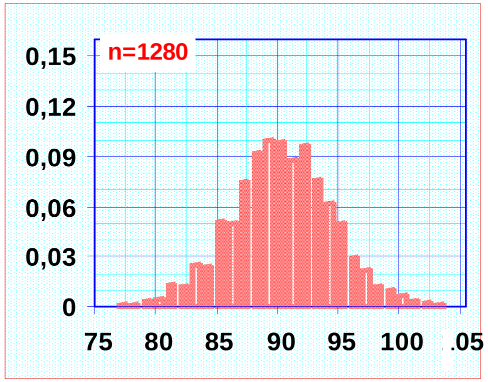

n=80
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

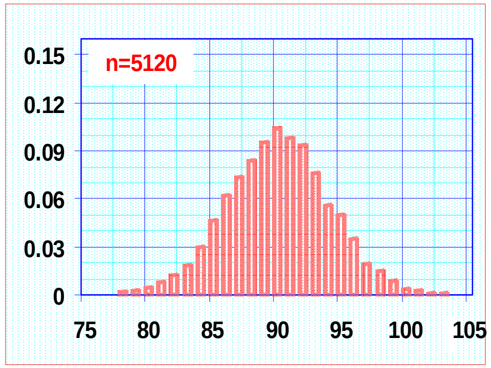

n=160
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105


n=320
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105


0.15
0.12
0.09
0.06
0.03
0
75 80 85 90 95 100 105

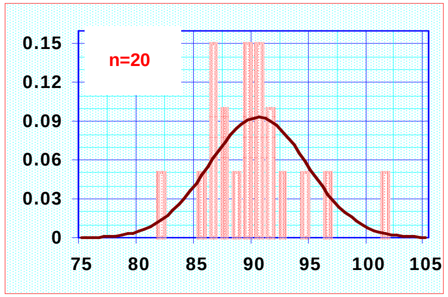
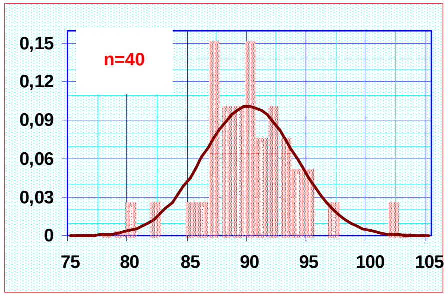
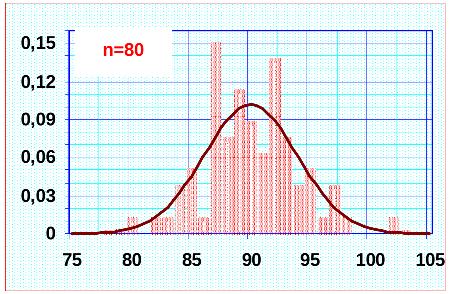
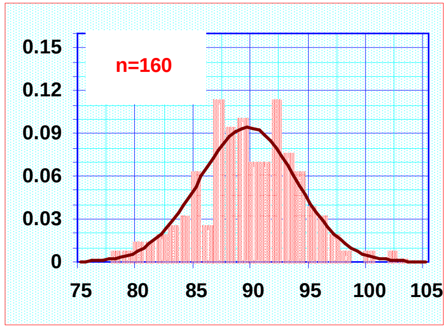
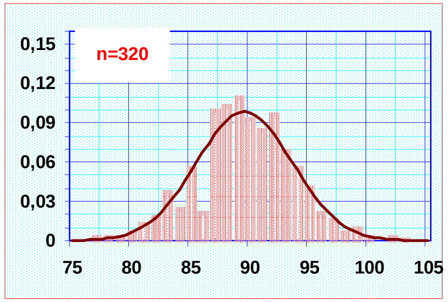
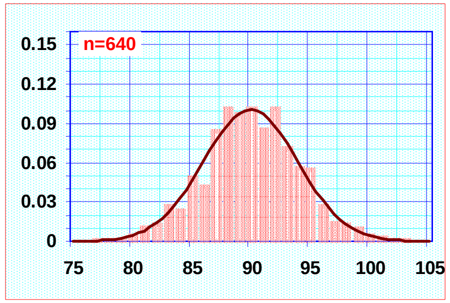
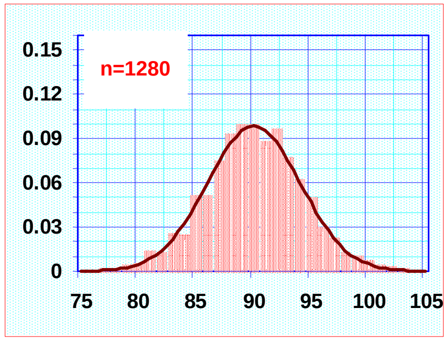
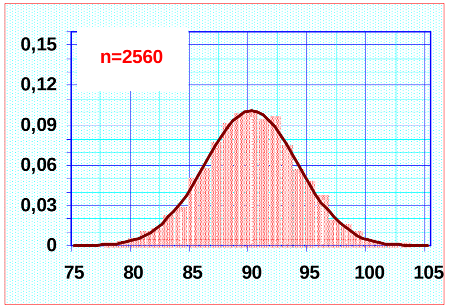
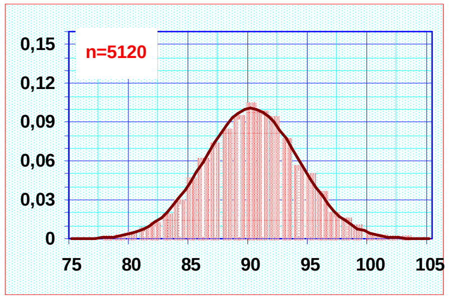

n=2560
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105


n=1280
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100


n=5120
0.15
0.12
0.09
0.06
0.03
0
75 80 85 90 95 100 105

# LA FORMA DELLA DISTRIBUZIONE DEGLI ERRORI DI MISURA

All'aumentare del numero di misure, i valori tendono ad accentrarsi attorno alla loro media e l'istogramma assume una forma ***a campana*** sempre più regolare, che può essere approssimata con una funzione reale nota come **funzione di Gauss** o **funzione normale**.


n=20
0.15
0.12
0.09
0.06
0.03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=40
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=80
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=160
0.15
0.12
0.09
0.06
0.03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=320
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=640
0.15
0.12
0.09
0.06
0.03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=1280
0.15
0.12
0.09
0.06
0.03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=2560
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

n=5120
0,15
0,12
0,09
0,06
0,03
0
75 80 85 90 95 100 105

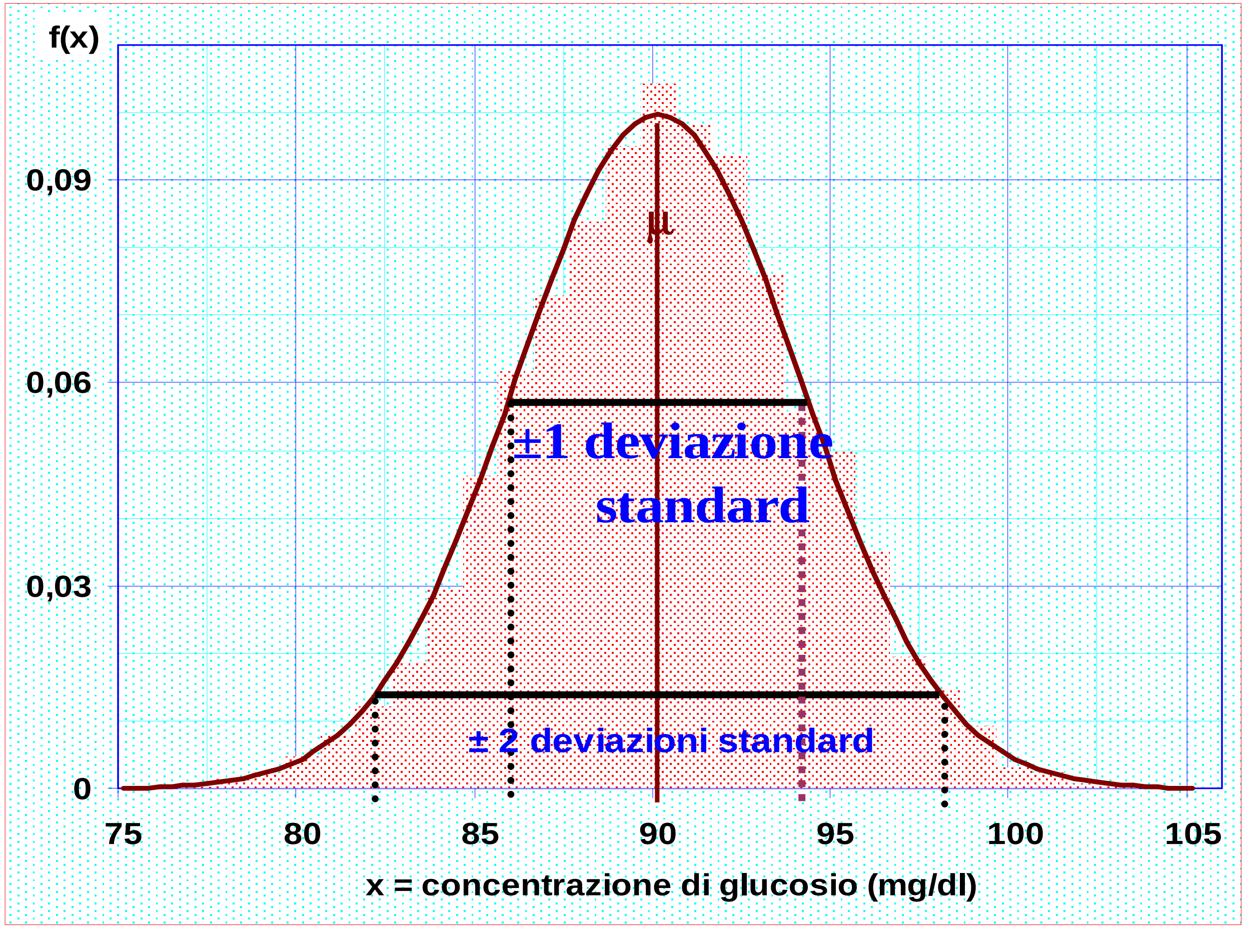
# La curva di Gauss

- La più importante distribuzione continua che trova numerose applicazioni nello studio dei fenomeni biologici.

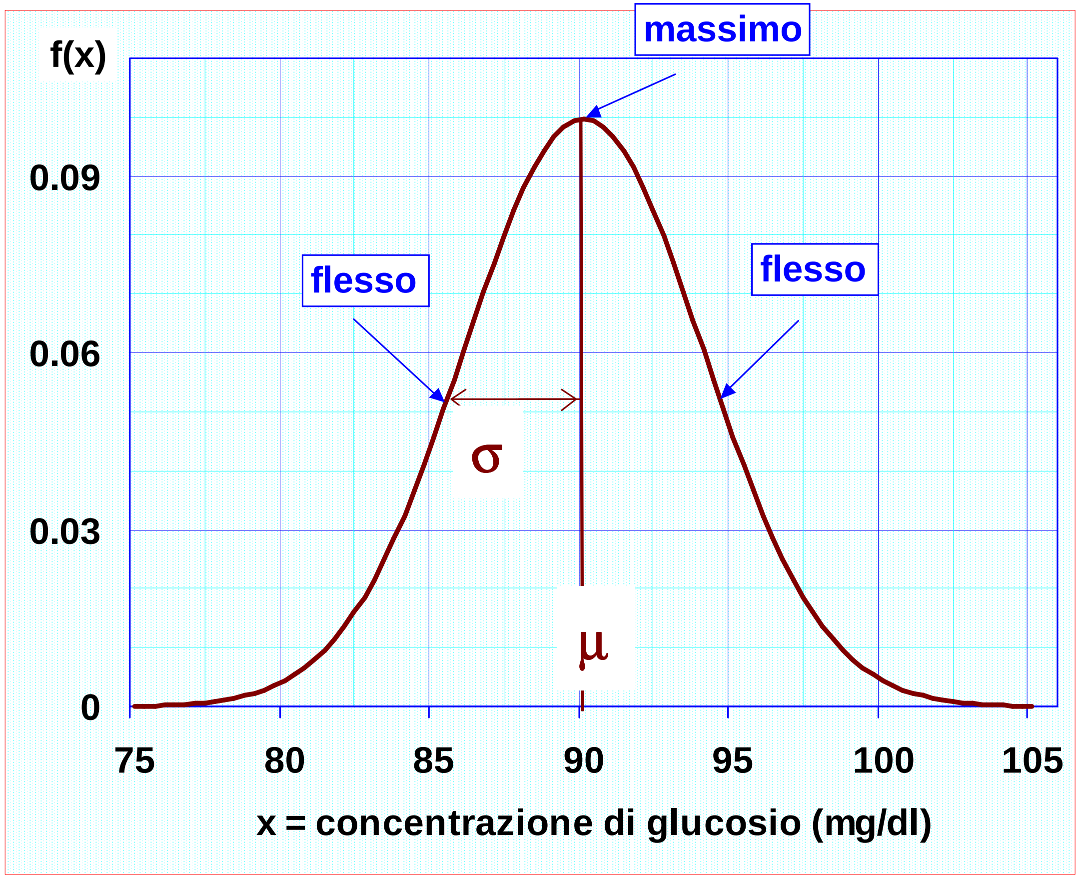
- Proposta da Gauss (1809) nell’ambito della teoria degli errori.

- Detta anche **curva degli errori accidentali**

# La curva di Gauss



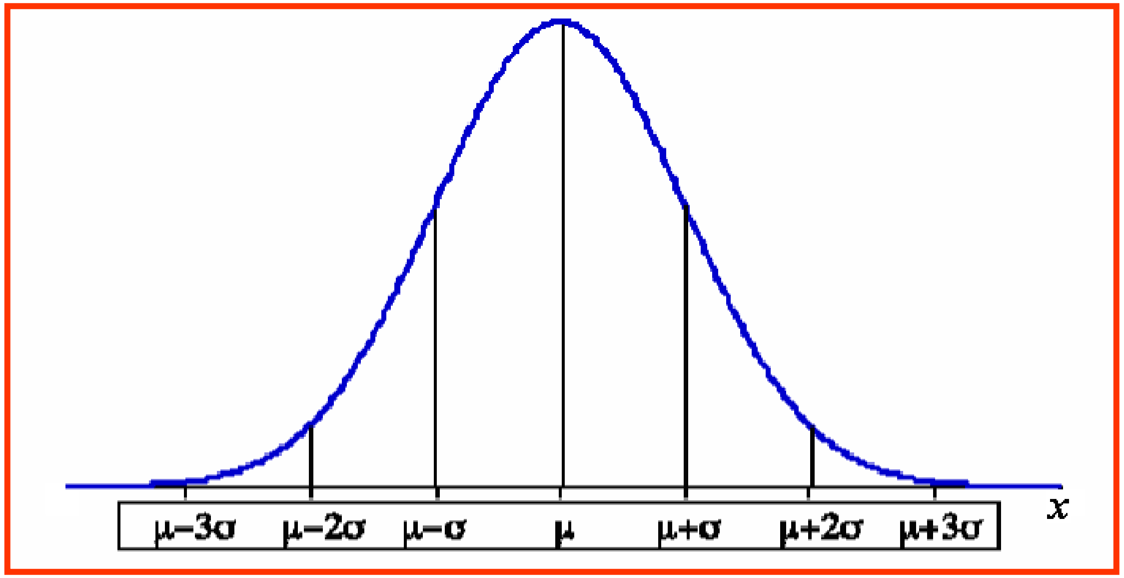
# La funzione di Gauss



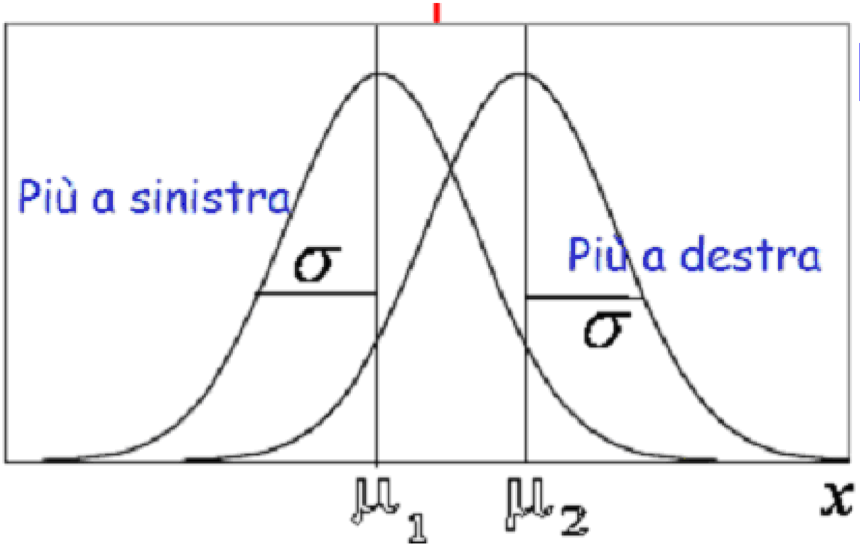

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

dove: **σ** è la deviazione standard della totalità delle misure;
μ è la media della totalità delle misure;
***e* = *base dei*** *logaritmi naturali* ( *e* = 2.71828...).
π è il rapporto tra circonferenza e diametro π = 3.14159...);

# Le caratteristiche della distribuzione normale




1. è **simmetrica** rispetto al valore medio
2. il valore di x = μ oltre che alla media aritmetica coincide con la moda e la mediana
3. è **asintotica** all'asse delle x da entrambi i lati
4. è **crescente** per x<μ e **decrescente** per x>μ
5. possiede due punti di flesso per x = μ±σ
6. l'area sotto la curva è **= 1** (essendo la probabilità che si verifichi un qualsiasi valore di x)



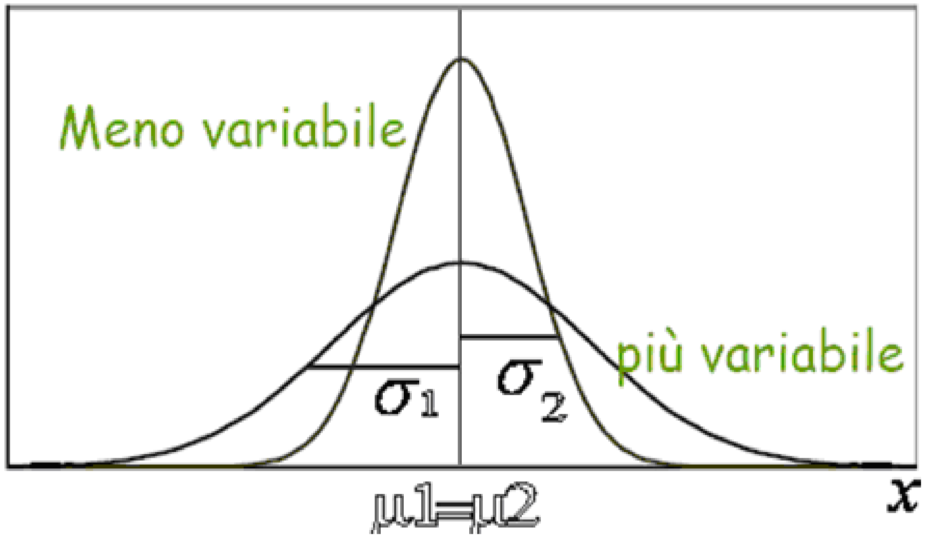

**Posizione ($\mu$)**

$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$

Al variare della media aritmetica (a parità di dev.standard) la curva trasla sull'asse delle x

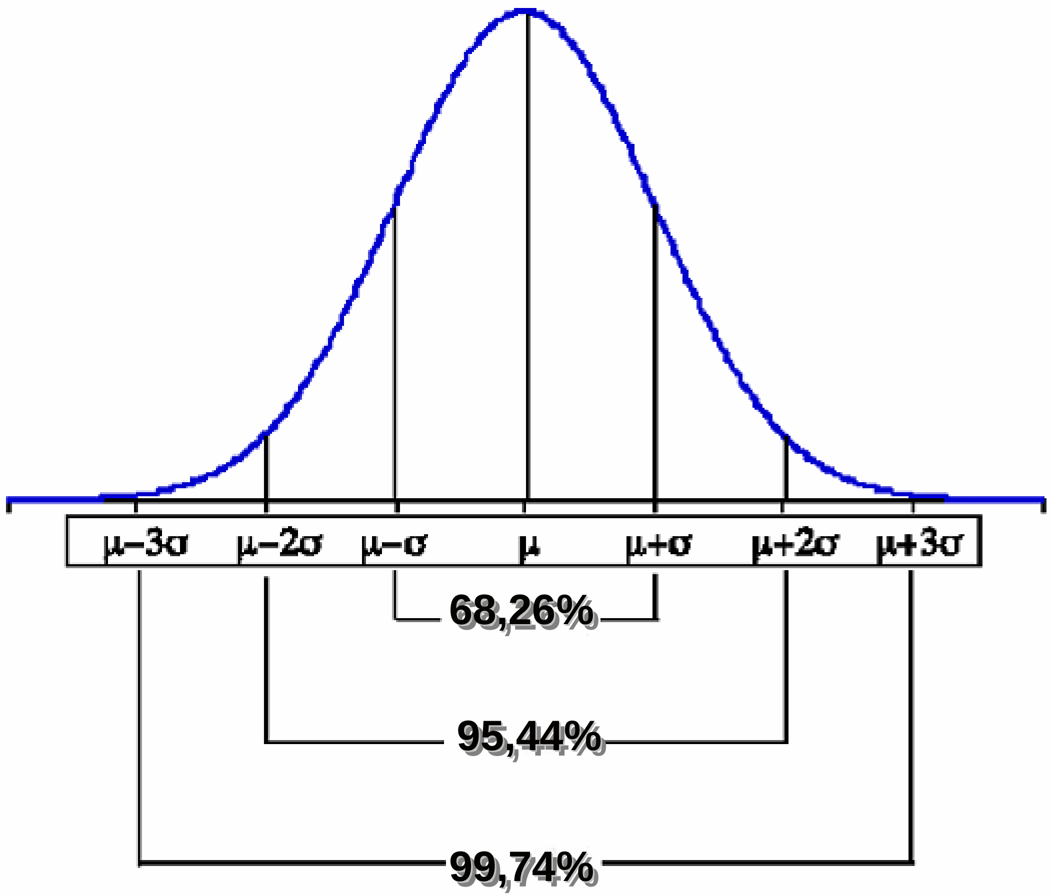
Al variare della deviazione standard la curva modifica la sua forma

**Forma ($\sigma$)**



# INTERVALLI NOTI DI PROBABILITÀ

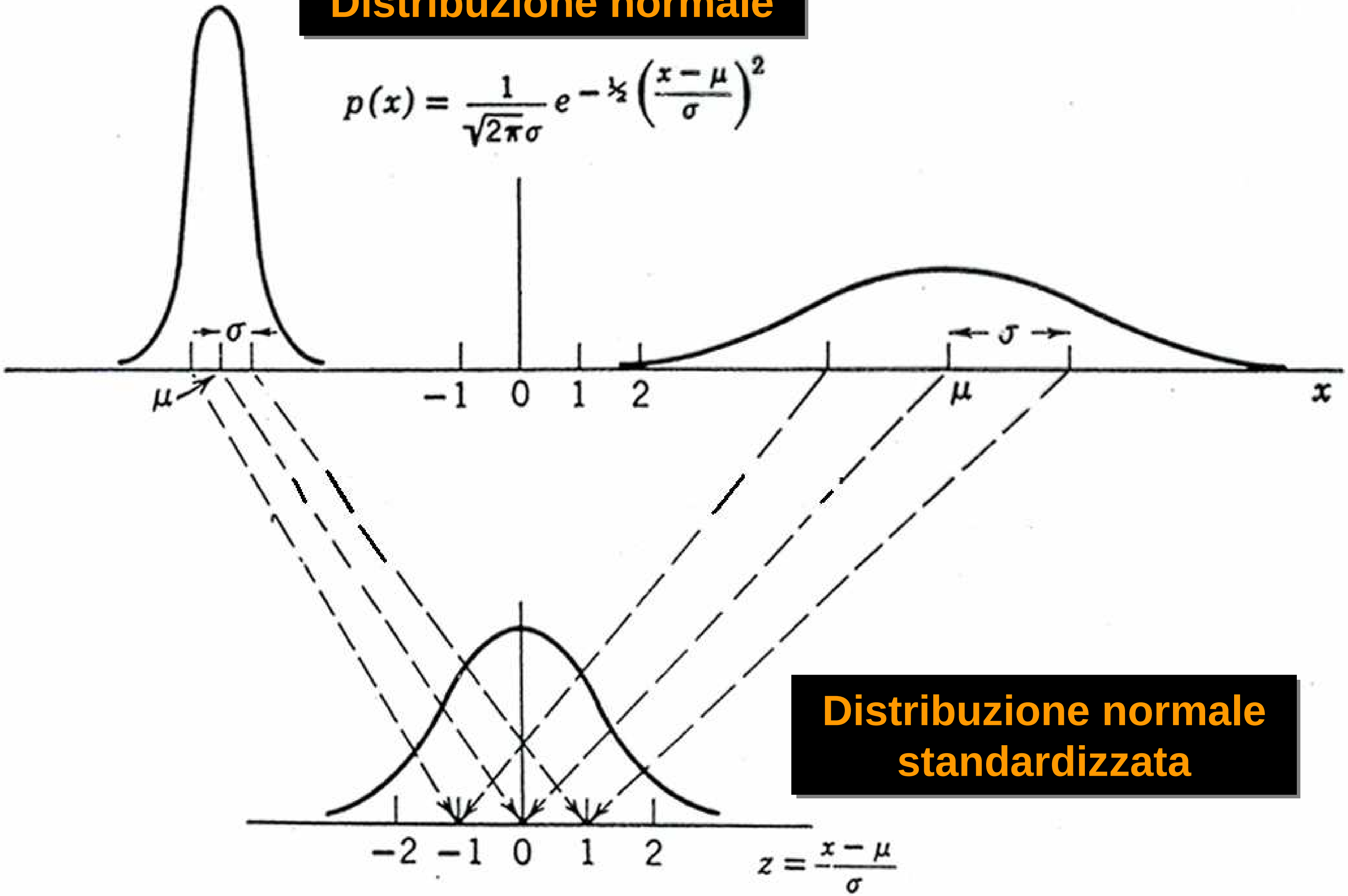
Area sotto la curva negli intervalli $\mu = k\sigma$ per $k = 1, 2, 3$



# DISTRIBUZIONE NORMALE STANDARDIZZATA

# Distribuzione normale

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



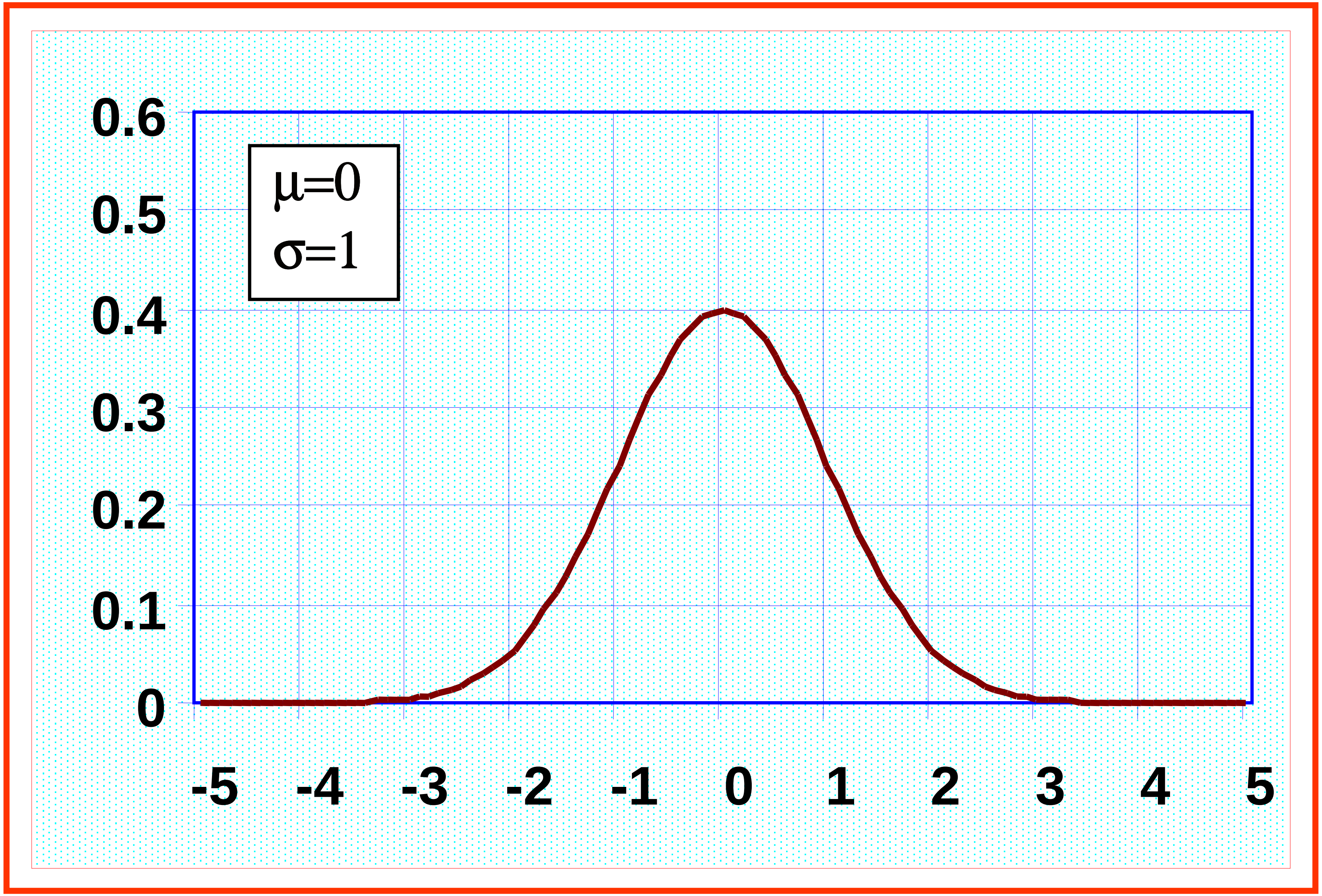

# Distribuzione normale standardizzata

# La curva di Gauss standardizzata

Si può trasformare una generica funzione gaussiana f(x) con media $\mu$ e varianza $\sigma^2$, in una **funzione gaussiana standard** con media 0 varianza 1, se si pone :

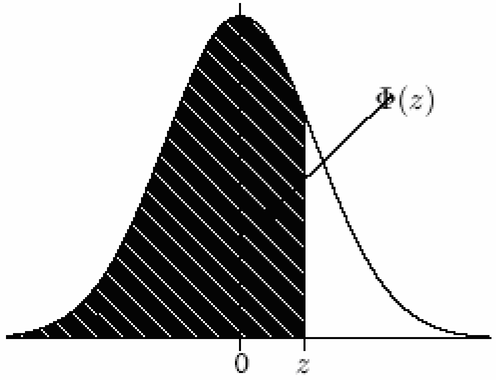
$$\boxed{z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}}$$

**STANDARDIZZAZIONE**



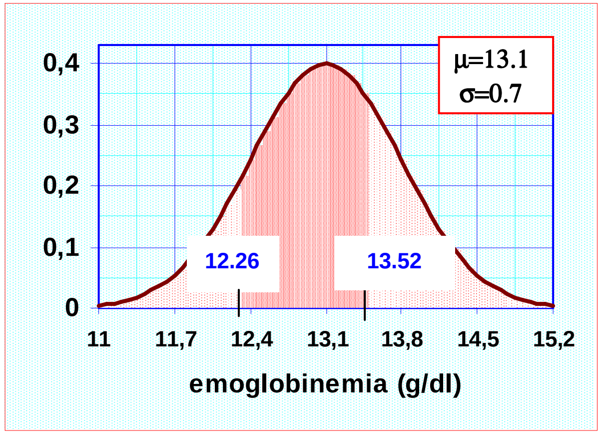
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
μ=0
σ=1
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5

# TAVOLA DEI VALORI DELLA DISTRIBUZIONE STANDARDIZZATA



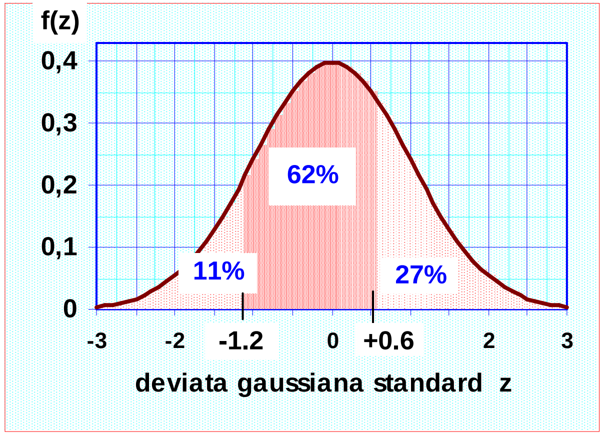

| $z$ | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |

**ESERCIZIO:** In una popolazione di ragazze di età inclusa tra i 18 e i 25 anni, la concentra-zione di emoglobina nel sangue (x) **approssima** la **distribuzione gaussiana** con media $\mu$=13.1 g/dl e deviazione standard $\sigma$=0.7 g/dl. In base a queste sole informazioni possiamo calcolare, ***ad esempio***, quante ragazze hanno emoglo-binemia inclusa tra 12.26 e 13.52 g/dl. Infatti:




$$z_1 = \frac{(12.26 - 13.10)}{0.7} = -1.2$$

$$z_2 = \frac{(13.52 - 13.10)}{0.7} = +0.6$$




Nell'11% delle ragazze i valori di Hb sono minori di 12.26 g/dl, e nel 27% sono maggiori di 13.52 g/dl. Quindi il 62% delle ragazze ha valori di Hb compresi tra 12.26 e 13.52 g/dl.