VERIFICA DELLE IPOTESI

Nella verifica delle ipotesi è necessario fissare alcune fasi prima di iniziare ad analizzare i dati.

a) Si deve stabilire quale deve essere l'ipotesi nulla (H_0) e quale l'ipotesi alternativa (H_1).

b) Si deve scegliere il test statistico (una scelta sbagliata può dar luogo a conclusioni sbagliate).

c) Si calcola la distribuzione campionaria del test con la quale si può conoscere la possibilità che si verifichi un certo risultato qualora si verifichino tutti i requisiti del test. Generalmente i valori critici del test sono tabulati (vedi Tavole della distribuzione normale e della distribuzione t di Student).

d) Si fissa la zona di rifiuto dell'ipotesi H_0 ed il livello di significatività (α). Più è piccola tale zona minore è il rischio che si corre nel respingere Ho. Alla zona di rifiuto è legato il valore di livello di significatività del test Quindi il livello a determina un'area in cui cadono i risultati poco probabili e difficilmente riscontrabili nelle realtà sempre che fosse vera H_0.

e) Fissato il livello di significatività ed il tipo di test **k** si calcola il punto critico k_α del test in relazione al livello prescelto. Si decide di respingere Ho quando il valore del test empirico k_α cade nella zona di rifiuto dell'ipotesi Ho

I test di verifica di ipotesi possono essere applicati ad un solo campione oppure a più campioni.
Per la verità i primi sono di scarsa utilità perché non sempre si conosce il valore di μ

Al contrario quando si pongono a confronto due o più campioni è certamente utile verificare la provenienza di due campioni da un unico universo oppure si può confrontare un gruppo di controllo con un gruppo sperimentale ecc... .

Tuttavia i test di verifica di ipotesi su un campione sono utili per introdurre alcune caratteristiche comuni a tutti i tipi di test e sono quindi il presupposto per lo studio dei confronti tra due e più campioni.

VERIFICA DI IPOTESI SU UN CAMPIONE

Se è nota la varianza della popolazione è possibile ricorrere alle proprietà della distribuzione normale sia quando la dimensione n del campione è abbastanza grande (n>100), anche se la forma dell'universo è diversa dalla normale, sia quando si ha un qualunque campione di numerosità **n** purché la forma della popolazione sia normale, utilizzando quindi il ***TEST Z.***

Nel caso non si conosca la varianza della popolazione e si ha un campione di piccole dimensioni si sceglierà il ***TEST t DI STUDENT.***

ESEMPIO

Si supponga di voler verificare se il tasso di colesterolemia, riscontrato su un campione casuale di 25 soggetti, sia significativamente diverso dal tasso medio in soggetti normali che in genere è di 210mg/dl ed è noto che la popolazione è distribuita secondo la curva normale.
Nel campione si trova che il valore medio di colesterolemia è di 270 mg/dl e che lo scarto quadratico medio è s = 79.
Verificare se la differenza del campione sia dovuta al caso o a significative differenze sistematiche.

Si ha:
μ_0 = 210 mg/ml
media campionaria = 270 mg/ml
n = 25
α = 0.01

Fasi della verifica:

a) H_0: $\mu = \mu_0$ H_1: $\mu > \mu_0$

b) Poiché la popolazione si distribuisca normalmente ed il campione è estratto casualmente, σ^2 è ignoto e $n < 50$ si sceglie il ***test t di Student***.

c) Si fissa il livello di significatività dello 0.01 e si sceglie il test unilaterale poiché si ritiene che il campione presenti valori maggiori. ***I gradi di libertà (g.l.)*** sono determinati dalla numerosità del campione e più precisamente dalla relazione $(n - 1)$. Quindi in questo esercizio la distribuzione t avrà $(25 - 1) = 24$ gradi di libertà.

d) Nella tabella della distribuzione t, in corrispondenza di 25 g.l. e per un $\alpha = 0.01$ si trova il valore $t_\alpha = 2.49$ che delimita l'area di rigetto.

e) Il valore di t in questo caso e' dato da:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{60}{79} \cdot 5 = 3.79$$

Poiché il valore empirico di t = 3.79 > 2.49, con la probabilità dell'1% di commettere errore di I tipo, si decide di respingere l'ipotesi nulla secondo la quale, la differenza del campione sia dovuta al caso e concludere, invece, che i soggetti del campione appartengono ad una popolazione con ipercolesterolemia.

VERIFICA DI IPOTESI SU DUE CAMPIONI

Le situazioni più ricorrenti non riguardano il confronto tra media campionaria e media della popolazione, bensì il confronto tra due medie campionarie.

L'ipotesi nulla è data da:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

ovvero μ_1 e μ_2 sono:
. estratte dalla stessa popolazione;
. diverse, nelle medie campionarie, soltanto per differenze casuali;
. identiche.
Attraverso il test (***z*** o ***t***) si determina la probabilità P di ottenere differenze maggiori di quelle sperimentalmente osservate sui due campioni:
. se P risulta grande, si "accetta" H_0
. se P risulta piccola, si rifiuta H_0, in quanto si ammette l'esistenza di una ragionevole evidenza per dubitare che H_0 sia vera, dunque si ammette l'esistenza di una differenza reale tra le due medie μ_1 e μ_2.

Nel caso di ***due campioni indipendenti*** si consideri il seguente esempio.

ESEMPIO

Ad un esame di statistica medica un campione di 30 studenti, che hanno frequentato le esercitazioni, riportano un voto medio di 27, un altro campione di 20 studenti, che non hanno frequentato le esercitazioni, riporta come voto medio 23; la varianze sono rispettivamente 9 e 8.5. Si verifichi l'ipotesi che la partecipazione alle lezioni non influisce sul voto.

Indicando con μ_1 e μ_2 i valori medi incogniti di tutti gli studenti, l'ipotesi nulla è:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

cioe' la frequenza non influisce sul voto.

L'ipotesi alternativa è che la frequenza influisca positivamente sul voto, ossia

$$H_1: \mu > \mu_0$$

Si consideri che la distribuzione dei voti sia normale. Il test da utilizzare è

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

che ha distribuzione della t di Student con n_1+n_2 - 2 gradi di libertà.

Poiché l'ipotesi alternativa prevede che il voto dei frequentanti sia maggiore di quello dei non frequentanti il test dovrà essere condotto sulla coda di destra: la regione critica sarà quella in cui t assume valori superiori a t_α con $\alpha = 0.05$. Cioè $t\alpha = 1.684$.

La stima della varianza s_p (pooled) dei due campioni raggruppati è data da:

$$s^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}.$$

Nel problema in esame si ottiene:

$$s^2 = \frac{9 \cdot 29 + 8.5 \cdot 19}{48} = 8.80$$

e, quindi, si ha:

$$t = \frac{27 - 23}{2.96\sqrt{\frac{1}{30} + \frac{1}{20}}} = 4.67$$

valore superiore a 1.684 e che pertanto cade nella zona di rifiuto dell'ipotesi nulla.

Nel caso di ***due campioni dipendenti*** i dati sono (*naturalmente)* appaiati, ovvero:

. ogni osservazione di un campione è accoppiata con una e una sola osservazione dell'altro campione (es. misure rilevate in coppie di animali tratti dalla stessa nidiata e sottoposti a situazioni ambientali differenti, confronto tra il comportamento materno e paterno nella cura alla prole, quando si dispone di dati relativi a coppie);

. i due gruppi hanno sempre lo stesso numero di dati;

. si mira a creare il massimo di omogeneità entro ogni coppia e il massimo di eterogeneità tra le coppie.

Si può avere anche dati auto-appaiati: ogni soggetto serve come controllo di se stesso e i dati vengono ricavati dagli stessi individui in momenti diversi (es. confronto tra i livelli di pressione rilevati nello stesso gruppo di individui sia in condizioni normali che dopo uno stress, confronti prima-dopo riferiti agli stessi individui.

Tecnicamente il confronto è semplice: l'analisi è ridotta alla sola serie risultante dalle differenze tra gli elementi di ciascuna coppia.
L'ipotesi nulla è data da:
H_0: la media della popolazione delle differenze è 0 ($\delta = 0$);
l'ipotesi alternativa H_1 è diversa nei due tipi di test:
. test bilaterale: la differenza media non è 0 ($\delta \neq 0$);
. test unilaterale: la differenza è maggiore oppure minore di 0 ($\delta > 0$ o $\delta < 0$).
Il test della differenza media è:

$$t = \frac{\bar{d} - \delta}{s / \sqrt{n}},$$

dove:
d media è la media delle differenze,
δ è differenza attesa, spesso ma non necessariamente 0,
s è deviazione standard delle differenze,
n è il numero di paia di dati, corrispondente al numero delle differenze

ESEMPIO

Un gruppo di 10 cavie è stato sottoposto ad una dieta diversa per cui ogni soggetto è stato pesato prima e dopo la nuova dieta:

cavia	prima	dopo	Differenza d	$(d-\bar{d})^2$
1	180	190	10	1
2	175	170	-5	196
3	150	175	25	256
4	158	164	6	9
5	174	183	9	0
6	187	184	-3	144
7	172	185	13	16
8	157	168	11	4
9	164	180	16	49
10	165	173	8	1
Somma			90	676
Media $\bar{d} = 9$				
DS $s = 8.67$				

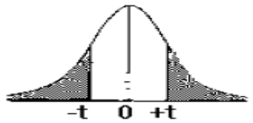
Ci si chiede se la nuova dieta determina una differenza ponderale.
H_0: $\delta = 0$; H_1: $\delta \neq 0$
Il valore critico della distribuzione per 9 gradi di libertà e $\alpha = 0.05$ è pari a $t\alpha = 2.262$. Il valore calcolato di t:

$$t = \frac{9}{8.67 / \sqrt{10}} = 3.28$$

è superiore al valore critico t_α e quindi la probabilità che la differenza riscontrata sia casuale è $p < 0.05$.

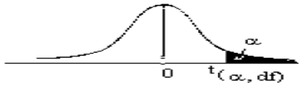
Conclusione: Si rifiuta H_0 e si accetta H_1: la nuova dieta determina una differenza ponderale nelle cavie.

Valori critici della distribuzione t di Student per un test bilaterale



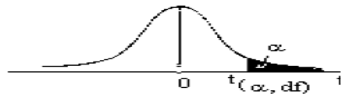
Gradi Di Libertà	α								
	0.500	**0.400**	**0.200**	**0.100**	**0.050**	**0.025**	**0.010**	**0.005**	**0.001**
1	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	25.452	63.657	127.31	636.62
2	.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.205	9.925	14.089	31.598
3	.765	0.978	1.638	2.353	3.182	4.176	5.841	7.453	12.941
4	.741	.941	1.533	2.132	2.776	3.495	4.604	5.598	8.610
5	.727	.920	1.476	2.015	2.571	3.163	4.032	4.773	6.859
6	718	.906	1.440	1.943	2.447	2.969	3.707	4.317	5.959
7	.711	.896	1.415	1.895	2.365	2.841	3.499	4.029	5.405
8	.706	.889	1.397	1.860	2.306	2.752	3.355	3.832	5.041
9	.703	.883	1.383	1.833	2.262	2.685	3.250	3.690	4.781
10	.700	.879	1.372	1.812	2.228	2.634	3.169	3.581	4.587
11	.697	.876	1.363	1.796	2.201	2.593	3.106	3.497	4.437
12	.695	.873	1.356	1.782	2.179	2.560	3.055	3.428	4.318
13	.694	.870	1.350	1.771	2.160	2.533	3.012	3.372	4.221
14	.692	.868	1.345	1.761	2.145	2.510	2.977	3.326	4.140
15	.691	.866	1.341	1.753	2.131	2.490	2.947	3.286	4.073
16	.690	.865	1.337	1.746	2.120	2.473	2.921	3.252	4.015
17	.689	.863	1.333	1.740	2.110	2.458	2.898	3.222	3.965
18	.688	.862	.330	1.734	2.101	2.445	2.878	3.197	3.922
19	.688	.861	1.328	1.729	2.093	2.433	2.861	3.174	3.883
20	.687	.860	1.325	1.725	2.086	2.423	2.845	3.153	3.850
21	.686	.859	1.323	1.721	2.080	2.414	2.831	3.135	3.819
22	.686	.858	1.321	1.717	2.074	2.406	2.819	3.119	3.792
23	.685	.858	1.319	1.714	2.069	2.398	2.807	3.104	3.767
24	.685	.857	1.318	1.711	2.064	2.391	2.797	3.090	3.745
25	.684	.856	1.316	1.708	2.060	2.385	2.787	3.078	3.725
26	.684	.856	1.315	1.706	2.056	2.379	2.779	3.067	3.707
27	.684	.855	1.314	1.703	2.052	2.373	2.771	3.056	3.690
28	.683	.855	1.313	1.701	2.048	2.368	2.763	3.047	3.674
29	.683	.854	1.311	1.699	2.045	2.364	2.756	3.038	3.659
30	.683	.854	1.310	1.697	2.042	2.360	2.750.	5.030	3.646
35	.682	.852	1.306	1.690	2.030	2.342	2.724	2.996	3.591
40	.681	.851	1.303	1.684	2.021	2.329	2.704	2.971	3.551
45	.680	.850	1.301	1.680	2.014	2.319	2.690	2.952	3.520
50	.680	.849	1.299	1.676	2.008	2.310	2.678	2.937	3.496
55	.679	.849	1.297	1.673	2.004	2.304	2.669	2.925	3.476
60	.679	.848	1.296	1.671	2.000	2.299	2.660	2.915	3.460
70	.678	.847	1.294	1.667	1.994	2.290	2.648	2.899	3.435
80	.678	.847	1.293	1.665	1.989	2.284	2.638	2.887	3.416
90	.678	.846	1.291	1.662	1.986	2.279	2.631	2.878	3.402
100	.677	.846	1.290	1.661	1.982	2.276	2.625	2.871	3.390
120	.677	.845	1.289	1.658	1.980	2.270	2.617	2.860	3.373
∞	.6745	.8416	1.2816	1.6448	1.9600	2.2414	2.5758	2.8070	3.2905

Valori critici della distribuzione t di Student per un <u>test unilaterale</u> (prima parte)



Gradi Di Libertà	**Aree della coda superiore**					
	0.25	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
1	1.0000	3.0777	6.3138	12.7062	31.8207	63.6574
2	0.8165	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	0.7649	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	0.7407	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	0.7267	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0322
6	0.7176	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	0.7111	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	0.7064	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	0.7027	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	0.6998	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	0.6974	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	0.6955	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	0.6938	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	0.6924	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	0.6912	1.3406	1.7531	2.1315	2.6025	2.9467
16	0.6901	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	0.6892	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	0.6884	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	0.6876	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	0.6870	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	0.6864	1.3232	1.7207	2.0796	2.5177	2.8314
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	0.6853	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	0.6848	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	0.6844	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874
26	0.6840	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787
27	0.6837	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707
28	0.6834	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633
29	0.6830	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564
30	0.6828	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500
31	0.6825	1.3095	1.6955	2.0395	2.4528	2.7440
32	0.6822	1.3086	1.6939	2.0369	2.4487	2.7385
33	0.6820	1.3077	1.6924	2.0345	2.4448	2.7333
34	0.6818	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284
35	0.6816	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238
36	0.6814	1.3055	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195
37	0.6812	1.3049	1.6871	2.0262	2.4314	2.7154
38	0.6810	1.3042	1.6860	2.0244	2.4286	2.7116
39	0.6808	1.3036	1.6849	2.0227	2.4258	2.7079
40	0.6807	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045
41	0.6805	1.3025	1.6829	2.0195	2.4208	2.7012
42	0.6804	1.3020	1.6820	2.0181	2.4185	2.6981
43	0.6802	1.3016	1.6811	2.0167	2.4163	2.6951
44	0.6801	1.3011	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923
45	0.6800	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896
46	0.6799	1.3002	1.6787	2.0129	2.4102	2.6870
47	0.6797	1.2998	1.6779	2.0117	2.4083	2.6846
48	0.6796	1.2994	1.6772	2.0106	2.4066	2.6822
49	0.6795	1.2991	1.6766	2.0096	2.4049	2.6800
50	0.6794	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778
51	0.6793	1.2984	1.6753	2.0076	2.4017	2.6757
52	0.6792	1.2980	1.6747	2.0066	2.4002	2.6737
53	0.6791	1.2977	1.6741	2.0057	2.3988	2.6718
54	0.6791	1.2974	1.6736	2.0049	2.3974	2.6700
55	0.6790	1.2971	1.6730	2.0040	2.3961	2.6682
56	0.6789	1.2969	1.6725	2.0032	2.3948	2.6665
57	0.6788	1.2966	1.6720	2.0025	2.3936	2.6649
58	0.6787	1.2963	1.6716	2.0017	2.3924	2.6633
59	0.6787	1.2961	1.6711	2.0010	2.3912	2.6618
60	0.6786	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603

Valori critici della distribuzione t di Student per un test unilaterale (seconda parte)



Gradi di Libertà	Aree della coda superiore					
	0.25	**0.10**	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**
61	0.6785	1.2956	1.6702	1.9996	2.3890	2.6589
62	0.6785	1.2954	1.6698	1.9990	2.3880	2.6575
63	0.6784	1.2951	1.6694	1.9983	2.3870	2.6561
64	0.6783	1.2949	1.6690	1.9977	2.3860	2.6549
65	0.6783	1.2947	1.6686	1.9971	2.3851	2.6536
66	0.6782	1.29.45	1.6683	1.9966	2.3842	2.6524
67	0.6782	1.2943	1.6679	1.9960	2.3833	2.6512
68	0.6781	1.2941	1.6676	1.9955	2.3824	2.6501
69	0.6781	1.2939	1.6672	1.9949	2.3816	2.6490
70	0.6780	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479
71	0.6780	1.2936	1.6666	1.9939	2.3800	2.6469
72	0.6779	1.2934	1.6663	1.9935	2.3793	2.6459
73	0.6779	1.2933	1.6660	1.9930	2.3785	2.6449
74	0.6778	1.4931	1.6657	1.9925	2.3778	2.6439
75	0.6778	1.2929	1.6654	1.9921	2.3771	2.6430
76	0.6777	1.2928	1.6652	1.9917	2.3764	2.6421
77	0.6777	1.2926	1.6649	1.9913	2.3758	2.6412
78	0.6776	1.2925	1.6646	1.9908	2.3751	2.6403
79	0.6776	1.2924	1.6644	1.9905	2.3745	2.6395
80	0.6776	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387
81	0.6775	1.2921	1.6639	1.9897	2.3733	2.6379
82	0.6775	1.2920	1.6636	1.9893	2.3727	2.6371
83	0.6775	1.2918	1.6634	1.9890	2.3721	2.6364
84	0.6774	1.2917	1.6632	1.9886	2.3716	2.6356
85	0.6774	1.2916	1.6630	1.9883	2.3710	2.6349
86	0.6774	1.2915	1.6628	1.9879	2.3705	2.6342
87	0.6773	1.2914	1.6626	1.9876	2.3700	2.6335
88	0.6773	1.2912	1.6624	1.9873	2.3695	2.6329
89	0.6773	1.2911	1.6622	1.9870	2.3690	2.6322
90	0.6772	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316
91	0.6772	1,2909	1.6618	1.9864	2.3680	2.6309
92	0.6772	1,2908	1.6616	1.9861	2.3676	2.6303
93	0.6771	1.2907	1.6614	1.9858	2.3671	2.6297
94	0.6771	1.2906	1.6612	1.9855	2.3667	2.6291
95	0.6771	1.2905	1.6611	1.9853	2.3662	2.6286
96	0.6771	1.2904	1.6609	1.9850	2.3658	2.6280
97	0.6770	1.2903	1.6607	1.9847	2.3654	2.6275
98	0.6770	1.2902	1.6606	1.9845	2.3650	2.6269
99	0.6770	1.2902	1.6604	1.9842	2.3646	2.6264
100	0.6770	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259
110	0.6767	1.2893	1.6588	1.9818	2.3607	2.6213
120	0.6765	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174
130	0.6764	1.2881	1.6567	1.9784	2.3554	2.6142
140	0.6762	1.2876	1.6558	1.9771	2.3533	2.6114
150	0.6761	1.2872	1.6551	1.9759	2.3515	2.6090
∞	0.6745	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758

Confronto dei valori critici della distribuzione t tra un test bilaterale e un test unilaterale

	Area nelle due code				
	0.10	**0.05**	**0.02**	**0.01**	**0.001**
	Area in una coda				
d.f.	**0.05**	**0.025**	**0.01**	**0.005**	**0.0005**
1	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	2.353	3.182	4.541	5.841	12941
4	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	1.771	2.160	2.650	3.01	4.221
14	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	1.684	2.021	.423	2.704	3.551
60	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291